

ฟิสิกส์ บทที่ 7 การเคลื่อนที่แบบหมุน

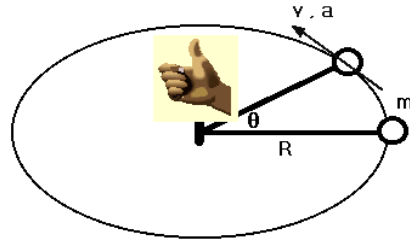
ตอนที่ 1 การจัดเชิงมุม ความเร็วเชิงมุม และ ความเร่งเชิงมุม

การกระจัดเชิงมุม (θ) คือ มุมที่กวาดไป (เรเดียน)

ความเร็วเชิงมุมเฉลี่ย ($\bar{\omega}$) คือ อัตราส่วนของการ
จัดเชิงมุมต่อเวลาที่ใช้กวาดมุมนั้น (rad/s)

$$\bar{\omega}_{\text{เฉลี่ย}} = \frac{\bar{\theta}}{t}$$

และ $\omega = \frac{2\pi}{T}$, $\omega = 2\pi f$



T คือ คาบของการเคลื่อนที่ (วินาที)

f คือ ความถี่ของการเคลื่อนที่ (Hz)

1. ล้อหมุนอันหนึ่ง หมุนได้ 25 เรเดียน ในเวลา 10 วินาที จงหาอัตราเร็วเชิงมุมเฉลี่ยของการหมุนล้อนี้ (2.5 rad/s)

วิธีทำ

ความเร่งเชิงมุม (α) คือ อัตราส่วนของความเร็วเชิงมุมที่เปลี่ยนต่อเวลาที่ใช้ (rad/s^2)

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t}$$

ความเร็ว และ ความเร่งเชิงมุม ถือเป็นปริมาณเวกเตอร์ สามารถหาทิศทางได้ โดยใช้กฎมือขวา โดยใช้มือขวากำแกนหมุน แล้วให้นิ้วทั้งสี่ส่วนตามการเคลื่อนที่ นิ้วหัวแม่มือ จะชี้ทิศของ การกระจัด ความเร็ว และ ความเร่งเชิงมุมทันที

2. ล้ออันหนึ่ง ในตอนแรกหมุนด้วยความเร็วเชิงมุมคงตัว 50 เรเดียน/วินาที ต่อมา ลดลงเหลือ 10 เรเดียน/วินาที ในเวลา 10 วินาที จงหาความเร่งเชิงมุม (-4 rad/s^2)

วิธีทำ

ควรรทราบ 1. เมื่อเปรียบเทียบการเคลื่อนที่แบบเส้นตรง และการเคลื่อนที่แบบหมุน

$$s \Rightarrow \theta, \quad a \Rightarrow \alpha, \quad u \Rightarrow \omega_0, \quad v \Rightarrow \omega$$

การเคลื่อนที่แบบเส้นตรง	การเคลื่อนที่แบบหมุน
$v = u + at$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$
$S = \left(\frac{u+v}{2}\right)t$	$\theta = \left(\frac{\omega_0 + \omega}{2}\right)t$
$S = ut + \frac{1}{2}at^2$	$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
$v^2 = u^2 + 2as$	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$

2.

$$v = \overline{\omega} R$$

เมื่อ v คือ ความเร็วเชิงเส้น (เมตร/วินาที)

$$a = \overline{\alpha} R$$

a คือ ความเร่งเชิงเส้น (เมตร/วินาที²)

(คือ ความเร็วและความเร่งของมวลที่เคลื่อนที่ตามเส้นรอบวง)

3. วัตถุก้อนหนึ่งหมุนรอบตัวเองด้วยความเร็วเชิงมุม 5 เรเดียน/วินาที เมื่อให้แรงกระทำในทิศเดียวกับการหมุน ปรากฏว่าวัตถุก้อนนั้นมีความเร่งเชิงมุม 2 เรเดียน/วินาที² จงหาว่าถ้าให้แรงกระทำนาน 10 วินาที ค่าความเร็วเชิงมุม ณ.วินาทีที่ 10 นั้นมีค่าเท่าใด (25 rad/s)

วิธีทำ

4. ล้ออันหนึ่งใช้เวลา 3 วินาที ในการหมุนไปได้มุมทั้งหมด 234 เรเดียน วัดความเร็วเชิงมุมขณะนั้นได้ 108 เรเดียน/วินาที จงหาความเร็วเชิงมุมตอนเริ่มต้น (48 rad/s)

วิธีทำ

5. จากข้อที่ผ่านมา จงหาความเร่งเชิงมุมของการหมุน

(20 rad/s^2)

วิธีทำ

6. ล้ออันหนึ่ง มีรัศมี 2 เมตร หมุนจากหยุดนิ่งจนมีความเร็วเชิงมุมคงตัว 100 เรเดียน/วินาที
ในเวลา 20 วินาที จงหาความเร่งเชิงมุม

(5 rad/s^2)

วิธีทำ

7. จากข้อที่ผ่านมา จงหามุมที่หมุนไปได้ทั้งหมดตั้งแต่ต้น

(1000 เรเดียน)

วิธีทำ

8. จากข้อที่ผ่านมา จงหาความเร็ว และความเร่งที่ผิวล้อ ณ.วินาทีที่ 20

(200 m/s , 10 m/s^2)

วิธีทำ

9. จากข้อที่ผ่านมา ถ้าล้อนี้อีกวิ่งไปข้างหน้า จงหาระยะทางที่กลิ้งไปได้ เมื่อผ่านไป 20 วินาที

วิธีทำ

(2000 ม.)

- ## วิธีทำ

11. มวล 0.5 kg เคลื่อนที่เป็นวงกลมรอบจุดหมุนด้วยรัศมี 2 เมตร จากหยุ่ดนี้จงมีความเร็วเชิงเส้น 20 m/s เมื่อเวลาผ่านไป 10 วินาที จงหาจำนวนรอบที่เคลื่อนที่ได้ (7.96 รอบ)

วิธีทำ



ตอนที่ 2 โมเมนต์ความเฉื่อย และ โมเมนต์ของแรง

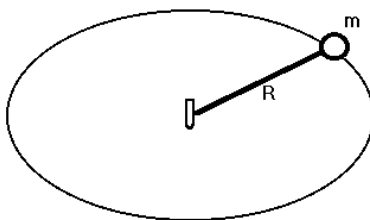
กรณีวัตถุเล็กๆ หมุนรอบจุดหมุน หรือ วงล้อ โมเมนต์ความเฉื่อยจะหาได้จาก

$$I = m R^2$$

เมื่อ $I =$ โมเมนต์ความเฉื่อย ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)

$$m = \text{มวล (kg)}$$

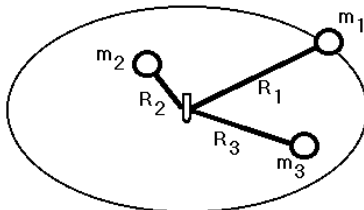
R = รัศมีการหมุนของมวลนั้น (m)



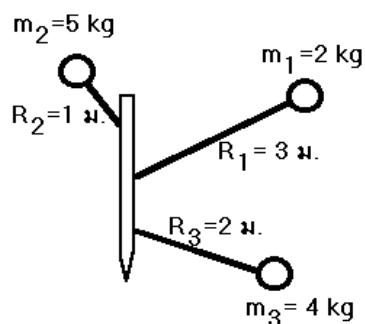
หากรอบแทนหมูนี้นี่มีมวลน้อยกว่า หลายชิ้นหมู่นี้นี่เหมือนกัน การหาโมเมนต์ความเฉื่อย ให้หาโมเมนต์ความเฉื่อยของแต่ละก้อน แล้วนำมาบวกกัน

$$I = m_1 R_1^2 + m_2 R_2^2 + m_3 R_3^2$$

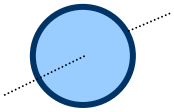
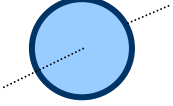
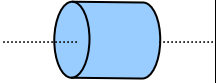
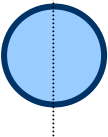
$$I = \sum mR^2$$



วิธีทำ



A horizontal row of 18 identical hexagonal icons. Each icon contains a unique black-and-white symbol, such as geometric shapes, arrows, or abstract patterns.

รูปร่างวัตถุ	แกนหมุน	รูป	โมเมนต์ความเฉื่อย
ทรงกลมตัน มวล m รัศมี R	รอบแกนผ่าน จุดศูนย์กลาง		$I = \frac{2}{5} mR^2$
ทรงกลมกลวง มวล m รัศมี R	รอบแกนผ่านจุด ศูนย์กลาง		$I = \frac{2}{3} mR^2$
ทรงกระบอกตัน มวล m รัศมี R ยาว L	รอบแกนของ ทรงกระบอก		$I = \frac{1}{2} mR^2$
แผ่นกลมบาง มวล m รัศมี R	รอบแกนผ่านศูนย์กลาง บนระนาบของแผ่น		$I = \frac{1}{4} mR^2$
แท่งวัตถุเล็ก มวล m ยาว L	รอบแกนผ่านศูนย์กลาง มวล ตั้งฉากกับแท่ง		$I = \frac{1}{12} mL^2$

การหมุนของวัตถุทั้งหมดในตารางนี้ เป็นการหมุนรอบแกนผ่านศูนย์กลางมวล และเป็นสมมาตรของวัตถุซึ่งแกนนั้นต้องอยู่กับที่ ถ้าเลื่อนแกนหมุนไปเป็นระยะ L ขนานกับแกนสมมาตรเดิม โมเมนต์ความเฉื่อยจะเพิ่มขึ้นอีก mL^2 โมเมนต์ความเฉื่อยรวมจึงต้องนำ mL^2 บวกเพิ่มเข้าไปด้วย

โมเมนต์ของแรง คือ แรง x รัศมีการหมุน

$$\tau = FR$$

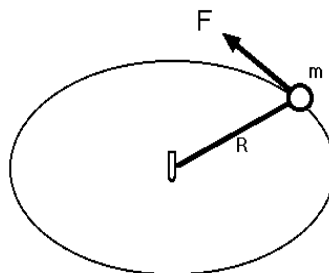
เมื่อ τ (เรียกว่า ทอร์ก) คือ โมเมนต์ของแรง ($\text{N}\cdot\text{m}$)

F คือ แรงที่ทำให้เกิดการหมุน (N)

R คือ รัศมีการหมุน (m)

และ

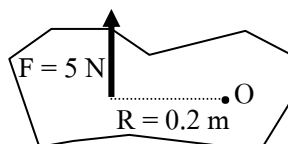
$$\tau = I\alpha$$



13. จากรูปจงหาทอร์กที่กระทำต่อวัตถุนี้

วิธีทำ

(1 N.m)



14. ล้อวงหนึ่งมีโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนหมุน 500 กิโลกรัม.เมตร² จงหาค่าทอร์กที่ทำให้
วงล้อนี้หมุนด้วยความเร่งเชิงมุม 4 เรเดียน/วินาที² (2000 N.m)

วิธีทำ

15. จงหาทอร์กที่ทำให้ล้อมวล 8 กิโลกรัม รัศมี 25 เซนติเมตร หมุนด้วยความเร่ง 3 เรเดียน/วินาที²

1. 0.5 N.m

2. 1.0 N.m

3. 1.5 N.m

4. 2.0 N.m

(ข้อ 3)

วิธีทำ

16. จงหาทอร์กที่ใช้ในการทำให้จานกลมที่มีโมเมนต์ความเฉื่อย 5 กิโลกรัม.เมตร² เริ่มหมุน
จากหยุดนิ่งจนกระทั่งมีความเร็วเชิงมุม 30 เรเดียน/วินาที ใน 10 วินาที

1. 15 N.m

2. 22 N.m

3. 44 N.m

4. 88 N.m

(ข้อ 1)

วิธีทำ

17. จงหาทอร์กที่ใช้ในการทำให้จานกลมที่มีโมเมนต์ความเฉื่อย $10 \text{ กิโลกรัม.เมตร}^2$ เริ่มหมุนจากหยุดนิ่งจนกระทั่งมีความเร็วเชิงมุม $20 \text{ เรเดียน/วินาที}$ ใน 5 เรเดียน (400 N.m)

วิธีทำ

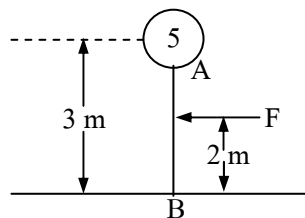
18. จงหาทอร์กที่ใช้ในการทำให้จานกลมที่มีโมเมนต์ความเฉื่อย $20 \text{ กิโลกรัม.เมตร}^2$ เริ่มหมุนจากหยุดนิ่งจนกระทั่งมีอัตราเร็ว 7 รอบ/วินาที ใน 10 วินาที (88 N.m)

วิธีทำ

19. วงล้อมีรัศมี 25 cm หมุนโดยไม่มีแรงเสียดทานด้วยความเร่งเชิงมุม 2.25 rad/s^2 เมื่อมีแรงคงที่ 90 นิวตัน กระทำในแนวเส้นสัมผัสกับวงล้อ จงหาโมเมนต์ความเฉื่อยของวงล้อ (ข้อ 3)
1. 0.1 kg.m^2 2. 1.0 kg.m^2 3. 10.0 kg.m^2 4. 40.0 kg.m^2

วิธีทำ

20. คานเบา AB ยาว 3 เมตร ปลาย A มีมวล 5 กิโลกรัม
ติดอยู่ ส่วนปลาย B เป็นจุดหมุนตรงที่ทำให้คานหมุน
ได้คล่องในระนาบราบ เมื่อมีแรง F ขนาด 36 นิวตัน
กระทำอย่างตั้งฉากกับคานกระทำห่างจาก B ไปเป็น
ระยะ 2 เมตร ดังรูป ปลาย A จะมีความเร่งเชิงมุมกี่เร

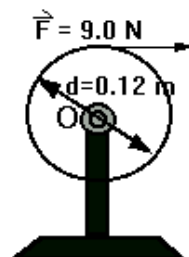


1. 0.0 2. 0.8 3. 1.6 4. 2.4 (ข้อ 3)

วิธีทำ

21(En 41) ทรงกระบอกเส้นผ่าศูนย์กลาง 0.12 เมตร เมื่อดึงเชือกที่พันรอบทรงกระบอกด้วยแรง 9.0 นิวตัน พบว่าเชือกมีความเร่ง 0.36 เมตรต่อวินาที² จงหาโมเมนต์ความเฉื่อยของทรงกระบอก

1. 0.05 kg.m² 2. 0.09 kg.m²
3. 0.12 kg.m² 4. 1.20 kg.m² (ข้อ 2)



วิธีทำ

ตอนที่ 3 โมเมนตัมเชิงมุม และ กฎทรงโมเมนตัมเชิงมุม

โมเมนตัมเชิงมุม (L) คือ ผลคูณระหว่างโมเมนต์ความเฉื่อย (I) กับความเร็วเชิงมุม (ω)

$$L = I \omega$$

เมื่อ L คือ โมเมนตัมเชิงมุม ($\text{kg.m}^2 \cdot \text{rad/s}$)

I คือ โมเมนต์ความเฉื่อย (kg.m^2)

ω คือ ความเร็วเชิงมุม (rad/s)

พิจารณา $L = I \omega$

และ

$$\alpha = \frac{\omega}{t}$$

$$\omega = \alpha t$$

จะได้ $L = I \alpha t$

$$L = \tau t$$

22. ถ้าเหวี่ยงมวล 0.2 กิโลกรัม ด้วยเชือกยาว 4 เมตร ให้เคลื่อนที่เป็นวงกลมในระนาบระดับ ถ้าความเร็วเชิงมุมมีค่า 10 เรเดียน/วินาที จงหาโมเมนตัมเชิงมุม ($32 \text{ kg.m}^2/\text{s}$)

วิธีทำ

23. วัตถุมวล 0.2 กิโลกรัม ผูกติดกับปลายข้างหนึ่งของเส้นเชือกยาว 2 เมตร จับปลายอีกข้างหนึ่งเหวี่ยงให้วัตถุเคลื่อนที่ในแนววงกลม ในระนาบระดับด้วยอัตราเร็วคงที่ 10 เมตร/วินาที จงหาโมเมนตัมเชิงมุมของวัตถุนี้ ในหน่วยกิโลกรัม.เมตร²/วินาที

1. 2

2. 4

3. 8

4. 16

(ข้อ 2)

วิธีทำ

กฎทรงโมเมนตัมเชิงมุม กล่าวว่า “ หากทอร์กมีค่าเป็นศูนย์ โมเมนตัมเชิงมุมจะมีค่าคงตัว”

นั่นคือ
$$\Sigma L_1 = \Sigma L_2$$

24. ชายคนหนึ่ง ถือดัมเบลไว้สองมือ ยืนบนเก้าอี้ที่หมุนได้อย่างเสรีไม่มีแรงเสียดทานและมีแกนหมุนอยู่ในแนวตั้งขณะที่เขากางมือออก โมเมนตัมความเฉื่อยของชายคนนั้นและเก้าอี้เท่ากับ 2.25 กิโลกรัม.เมตร² ความเร็วเชิงมุมเริ่มต้นในการหมุน 5 เรเดียน/วินาที เมื่อเขาหุบแขนทั้งสองเข้าหาตัว โมเมนตัมความเฉื่อยรวมเท่ากับ 1.80 กิโลกรัม.เมตร² อัตราเร็วเชิงมุมในการหมุนขณะหุบแขนมีค่าเท่าใด (6.25 rad/s)

วิธีทำ

- 25(En 40) วัตถุมวล 50 กรัม ผูกติดกับปลายเชือกซึ่งลอดผ่านรูหลอดเล็กๆ ปลายเชือกข้างหนึ่งดึงยึดไว้ด้วยแรงค่าหนึ่งแล้วเหวี่ยงให้เป็นวงกลมรัศมี 1 เมตร ถ้าดึงเชือกให้รัศมีวงกลมเป็น 50 เซนติเมตร ทันที วัตถุจะเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วเชิงมุมเท่าไรในหน่วยเรเดียน/ วินาที ถ้าเดิมมีอัตราเร็วเชิงมุม 3 เรเดียนต่อวินาที (12 rad/s)

วิธีทำ

26. ชายคนหนึ่งยืนอยู่บนแป้นหมุน ในขณะที่เหยียดแขนออกเขาหมุนด้วยอัตราเร็ว 0.50 รอบ /วินาที แต่เมื่อเขาดึงแขนเข้าข้างตัว อัตราเร็วเปลี่ยนเป็น 0.75 รอบ/วินาที จงหาอัตราส่วนของโมเมนต์ความเฉื่อยของระบบตอนแรกต่อตอนหลัง

1. $\frac{2}{3}$

2. $\frac{4}{9}$

3. $\frac{3}{2}$

4. $\frac{9}{4}$ (ข้อ 3)

วิธีทำ

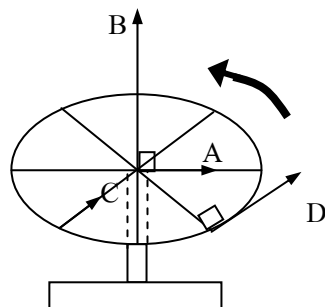
27. ชายคนหนึ่งมีมวล 80 กิโลกรัม ยืนอยู่บนขอบของม้าหมุนเด็กเล่นที่อยู่หนึ่งที่ระยะ 4 เมตร จากจุดศูนย์กลาง ชายคนนี้จะเดินไปตามขอบของม้าหมุนด้วยอัตราเร็ว 1 เมตร/วินาที เทียบกับพื้น การเคลื่อนที่นี้จะทำให้ม้าหมุน หมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมเท่าใด ถ้าม้าหมุนมีโมเมนต์ความเฉื่อย 10000 กิโลกรัม.เมตร² (-0.032 rad/s)

วิธีทำ

28. ล้อวงกลมหมุนอยู่ในระนาบระดับโดยมีแกนหมุนอยู่ในแนวตั้งดังรูปด้วยอัตราเร็วเชิงมุมของล้อนี้อยู่ที่

1. A 2. B 3. C 4. D

วิธีทำ



XX

ตอนที่ 4 การทำงานในการหมุน

เราสามารถคำนวณงานในการหมุนตัวได้จาก

$$W = \tau \theta$$

และ กำลังในการหมุนหาได้จาก

$$P = \frac{W}{t}$$

$$P = \frac{\tau \theta}{t}$$

$$P = \tau \omega$$

เพราะ $W = \tau \theta$

เพราะ $\omega = \frac{\theta}{t}$

เมื่อ W คือ งานที่เกิดจากการหมุน

P คือ กำลังของการหมุน

29. เครื่องยนต์ขนาด 50 กิโลวัตต์ หมุนล้อในอัตรา 3500 รอบ/นาที จงหาทอร์กที่เกิดจากเครื่องยนต์ในตอนนี้ (136.36 N.m)

วิธีทำ

ตอนที่ 5 พลังงานจลน์ของการหมุน

พลังงานจลน์ของการหมุน

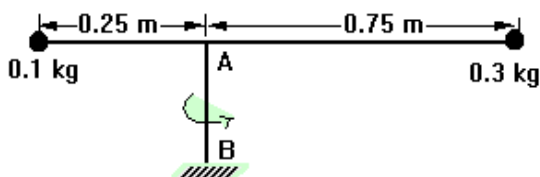
$$\text{หาจาก } E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$$



30. ม้าหมุนชุดหนึ่งมีโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนหมุนในแนวดิ่ง 900 กิโลกรัม.เมตร² ถ้าผลักให้หมุนในอัตรา 2 รอบต่อนาที จงหาพลังงานจลน์ของม้าหมุนนี้ (19.7 จูล)

วิธีทำ

- 31(En 40) วัตถุมวล 0.1 กิโลกรัม และ 0.3 กิโลกรัม ติดอยู่กับปลายทั้งสองของแท่งโลหะเบายาว 1.00 เมตร ดังรูป จงหาพลังงานจลน์ของการหมุน ถ้าแท่งโลหะหมุนรอบแกน AB 10 เรเดียน/วินาที



1. 3.75 J 2. 5.63 J 3. 7.50 J 4. 15.0 J (ไม่มีคำตอบ)

วิธีทำ

32. วัตถุมวล m มีโมเมนต์ความเฉื่อย I และมีโมเมนต์เชิงมุม L จะมีพลังงานจลน์เท่าใด

1. $\frac{I}{2L^2}$ 2. $\frac{mL^2}{2L}$ 3. $\frac{L^2}{2I}$ 4. $\frac{mL^2}{2I}$ (ข้อ 3)

วิธีทำ

ถ้าวัตถุกลิ้ง (หมุนพร้อมกับเคลื่อนที่ไป)

พลังงานจลน์ = พลังงานจลน์ของการเคลื่อนที่แบบเลื่อนที่
+ พลังงานจลน์ของการเคลื่อนที่แบบหมุน

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$



33. แผ่นไม้กลมมีรัศมี 0.5 เมตร มวล 2 กิโลกรัม และโมเมนต์ความเฉื่อย $0.25 \text{ กิโลกรัม.เมตร}^2$ เคลื่อนที่ในแนวตรง โดยมีความเร็วของศูนย์กลางมวล 4 เมตรต่อวินาที จงหาพลังงานจลน์ของแผ่นไม้นี้ เมื่อวัตถุเคลื่อนที่โดยหมุนกลิ้งรอบศูนย์กลางมวล (24 J)

วิธีทำ

- 34(มข 37) แผ่นไม้กลมแบนรัศมี 8.0 เซนติเมตร มวล 280 กรัม กำลังกลิ้งไปตามพื้นราบอย่างสม่ำเสมอโดยไม่มีการไถล ศูนย์กลางมวลของแผ่นไม้มีความเร็ว 0.16 เมตร/วินาที พลังงานจลน์ของแผ่นไม้ในการกลิ้งครั้งนี้ รวมทั้งสิ้นมีค่าเท่าใด กำหนดโมเมนต์ความเฉื่อยของแผ่นไม้เท่ากับ $9.0 \times 10^{-4} \text{ kg.m}^2$

1. 1.8×10^{-3} จูล

2. 3.58×10^{-3} จูล

3. 5.38×10^{-3} จูล

4. 7.18×10^{-3} จูล

(ข้อ 3)

วิธีทำ

35. ท่อทรงกระบอกกลิ้งไปตามพื้นระดับโดยไม่ไถล จงหาอัตราส่วนระหว่างพลังงานจลน์ของการหมุนต่อพลังงานจลน์ของการเลื่อนตำแหน่ง (I ทรงกระบอก = $m r^2$)

1. $\frac{1}{2}$

2. 1

3. 2

4. 4

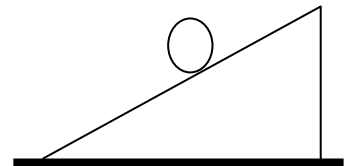
(ข้อ 2)

วิธีทำ

36. แผ่นโลหะกลมมวล 1 กิโลกรัม รัศมี 0.2 เมตร มีโมเมนต์ความเฉื่อย 0.02 กิโลกรัม.เมตร² เคลื่อนที่จากหยุดนิ่งลงมาตามพื้นเอียงดังรูป จนศูนย์กลางมวลต่ำกว่าเดิม 1 เมตร จงหาความเร็วสูงสุดของแผ่นโลหะนี้เมื่อ

ก. เคลื่อนที่แบบไถล

ข. เคลื่อนที่แบบกลิ้ง



(4.47 m/s , 3.65 m/s)

วิธีทำ

