

แบบฝึกหัด 1.1 ก (จากหนังสือเรียน)

1. ถ้า $x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = 4, x_4 = 7, x_5 = 0, f_1 = 10, f_2 = 15, f_3 = 5, f_4 = 8, f_5 = 6$ และ $c = 2$ จงหาค่าของ

(1) $\sum_{i=1}^{10} c$

(2) $\sum_{i=1}^5 (x_i - 2)^3$

(3) $\sum_{i=1}^5 (f_i x_i + c)$

(4) $\sum_{i=1}^4 (x_i - 3)(x_i + 3)$

2. ถ้า $\sum_{i=1}^5 y_i = 10$ และ $\sum_{i=1}^5 y_i^2 = 30$ จงหาค่าของ $\sum_{i=1}^5 (5y_i - 50)$ และ $\sum_{i=1}^5 (y_i - 3)^2$

3. ถ้า $\sum_{i=1}^4 x_i = 5$, $\sum_{i=1}^4 y_i$ และ $\sum_{i=1}^4 x_i y_i = 4$ จงหาค่าของ $\sum_{i=1}^4 (x_i + 1)(4y_i - 3)$

4. จงเขียนผลบวกของพจน์ต่อไปนี้โดยใช้เครื่องหมาย $\sum$

(1) $(2x_1^2 + 2x_2^2 + \dots + 2x_{10}^2)$

(2) $(x_1 - \bar{X})f_1 + (x_2 - \bar{X})f_2 + \dots + (x_k - \bar{X})f_k$

(3) $\frac{1}{n} \{ (y_1 - \bar{Y})^2 f_1 + (y_2 - \bar{Y})^2 f_2 + \dots + (y_k - \bar{Y})^2 f_k \}$

5. จงแสดงว่า

$$\sum_{i=1}^N (x_i - 3y_i + 2z_i + 1) = \sum_{i=1}^N x_i - 3 \sum_{i=1}^N y_i + 2 \sum_{i=1}^N z_i + N$$

6. ในการทดสอบวิชาสถิติของนักเรียนห้องหนึ่งจำนวน 50 คน ปรากฏว่ามีนักเรียนจำนวน 40 คน ที่ได้คะแนนอยู่ระหว่าง 60 – 80 คะแนน ส่วนอีก 10 ที่เหลือ ได้คะแนนอยู่ระหว่าง 90 – 100 คะแนน

(1) จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตโดยประมาณของคะแนนสอบวิชาสถิติของนักเรียนทั้ง 50 คนนี้

(2) ถ้าทราบว่านักเรียน 40 คน ได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบเป็น 75 คะแนน และอีก 10 คนที่เหลือ ได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบเป็น 95 คะแนน ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งหมด 50 คนที่คำนวณได้ จะเท่ากับค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่หาได้ในข้อ 1 หรือไม่

(3) จากค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่หาได้ในข้อ (1) ให้หาคะแนนรวมของคะแนนสอบวิชาสถิติของนักเรียน

ทั้งห้อง

7. โรงเรียนแห่งหนึ่งมีชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 อยู่ 4 ห้อง โดยมีจำนวนนักเรียน 40, 45, 50 และ 45 คน ตามลำดับ จากการวัดส่วนสูงของนักเรียนแต่ละคนแล้วคำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิตของส่วนสูงของนักเรียนแต่ละห้องปรากฏว่าได้ 165, 168, 167 และ 164 ตามลำดับ จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวมของส่วนสูงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ทั้งหมดของโรงเรียนนี้

8. ถ้าความสัมพันธ์ระหว่างราคาซื้อ (B) และราคาขาย (S) ของสินค้าชนิดหนึ่งเป็น $S = 10 + 1.4B$ และพ่อค้า 10 ราย ซื้อสินค้าดังกล่าวมาด้วยราคา 80, 85, 70, 80, 75, 78, 82, 86, 79 และ 69 บาท ตามลำดับ จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของราคาขายของสินค้าชนิดนี้

9. ธนาคารต้องการซื้อไข่ไก่ขนาดใหญ่ จำนวน 100 ฟอง จึงสำรวจราคาไข่ไก่ขนาดเดียวกันนี้จากร้านค้าใกล้บ้านสามร้านได้ข้อมูลราคาไข่ไก่จากร้านที่ 1, 2 และ 3 เป็น 2.30, 2.00 และ 1.70 บาท ถ้าเขาซื้อไข่ไก่จากร้านที่ 1, 2 และ 3 จำนวน 50, 30 และ 20 ฟองตามลำดับ เฉลี่ยแล้ว ธนาคารซื้อไข่ไก่มาฟองละเท่าไร

10. จงพิสูจน์สมบัติที่สำคัญของค่าเฉลี่ยเลขคณิตข้อ (1), (2), (4) และ (5)

เฉลยแบบฝึกหัด 1.1 ก (จากหนังสือเรียน)

$$\begin{aligned}\text{ข้อ 1. } (1) \sum_{i=1}^{10} c &= \sum_{i=1}^{10} 2 \\ &= 10(2) \\ &= 20\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \sum_{i=1}^5 (x_i - 2)^3 &= (1-2)^3 + (3-2)^3 + (4-2)^3 + (7-2)^3 + (10-2)^3 \\ &= -1 + 1 + 8 + 125 - 8 \\ &= 125\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) \sum_{i=1}^5 (f_i x_i + c) &= ((10 \times 1) + 2) + ((15 \times 3) + 2) + ((5 \times 4) + 2) \\ &= 12 + 47 + 22 \\ &= 81\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4) \sum_{i=1}^4 (x_i - 3)(x_i + 3) &= \sum_{i=1}^4 (x_i^2 - 9)(x_i + 3) \\ &= (1^2 - 9)(1 + 3) + (3^2 - 9)(3 + 3) + (4^2 - 9)(4 + 3) + (7^2 - 9)(7 + 3) \\ &= -8 + 0 + 7 + 40 \\ &= 39\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{หรือ } \sum_{i=1}^4 (x_i - 3)(x_i + 3) &= (1-3)(1+3) + (3-3)(3+3) + (4-3)(4+3) + (7-3)(7+3) \\ &= -8 + 0 + 7 + 40 \\ &= 39\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ข้อ 2. } \sum_{i=1}^5 (5y_i - 50) &= 5 \sum_{i=1}^5 y_i - 50(5) \\ &= 5(10) - 250 \\ &= -200\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^5 (y_i^2 - 3)^2 &= \sum_{i=1}^5 (y_i^2 - 6y_i + 9) \\ &= \sum_{i=1}^5 y_i^2 - 6 \sum_{i=1}^5 y_i + 9(5) \\ &= 30 - 6(10) + 45 \\ &= 15\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ข้อ 3. } \sum_{i=1}^4 (x_i + 1)(4y_i - 3) &= \sum_{i=1}^4 (4x_i y_i - 3x_i + 4y_i - 3) \\
 &= 4 \sum_{i=1}^4 x_i y_i - 3 \sum_{i=1}^4 x_i + 4 \sum_{i=1}^4 y_i - 3(4) \\
 &= 4(4) - 3(5) + 4(-2) - 12 \\
 &= -19
 \end{aligned}$$

$$\text{ข้อ 4. } (1) \quad 2x_1^2 + 2x_2^2 + \dots + 2x_{10}^2 + \dots = 2 \sum_{i=1}^{10} x_i^2$$

$$(2) \quad (x_1 - \bar{X})f_1 + (x_2 - \bar{X})f_2 + \dots + (x_k - \bar{X})f_k = \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{X})f_i$$

$$(3) \quad \frac{1}{n} \{ (y_1 - \bar{Y})^2 f_1 + (y_2 - \bar{Y})^2 f_2 + \dots + (y_k - \bar{Y})^2 f_k \} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k (y_i - \bar{Y})^2 f_i$$

$$\begin{aligned}
 \text{ข้อ 5. } \sum_{i=1}^N (x_i - 3y_i + 2z_i + 1) &= (x_1 - 3y_1 + 2z_1 + 1) + (x_2 - 3y_2 + 2z_2 + 1) \\
 &\quad + \dots + (x_N - 3y_N + 2z_N + 1) \\
 &= (x_1 + x_2 + \dots + x_N) - 3(y_1 + y_2 + \dots + y_N) \\
 &\quad + 2(z_1 + z_2 + \dots + z_N) + (1 + 1 + \dots + 1) \\
 &\hspace{15em} \text{มี 1 อยู่ N ตัว}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \sum_{i=1}^N x_i - 3 \sum_{i=1}^N y_i + 2 \sum_{i=1}^N z_i + N \\
 \text{ดังนั้น } \sum_{i=1}^N (x_i - 3y_i + 2z_i + 1) &= \sum_{i=1}^N x_i - 3 \sum_{i=1}^N y_i + 2 \sum_{i=1}^N z_i + N
 \end{aligned}$$

ข้อ 6. จากข้อมูลทำตารางได้ดังนี้

ช่วงคะแนน	จุดกึ่งกลาง	จำนวนนักเรียน
60 – 80	70	40
90 – 100	95	10

$$\begin{aligned}
 (1) \quad \text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต } \mu &= \frac{70(40) + 95(10)}{40 + 10} \\
 &= \frac{2008 + 950}{50} \\
 &= 75
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบวิชาสถิติทั้ง 50 คน เท่ากับ 75 คะแนน

$$\begin{aligned}
 (2) \quad \text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต } \mu &= \frac{75(40) + 95(10)}{40 + 10} \\
 &= \frac{3000 + 950}{50} \\
 &= 79
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่คำนวณได้ (79 คะแนน) จะไม่เท่ากับค่าเฉลี่ยเลขคณิต จากข้อ (1) (75 คะแนน)

- (3) จากค่าเฉลี่ยเลขคณิตในข้อ (1) เท่ากับ 75 คะแนน
 ดังนั้น คะแนนสอบวิชาสถิติรวม 50 คน เท่ากับ $50 \times 75 = 3,750$ คะแนน

$$\begin{aligned}
 \text{ข้อ 7. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม } \mu &= \frac{40(165) + 45(168) + 50(167) + 45(164)}{40 + 45 + 50 + 45} \\
 &= \frac{6600 + 7560 + 8350 + 7380}{180} \\
 &= \frac{29890}{180} \\
 &= 166.06
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของส่วนสูงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ทั้งหมดเท่ากับ 166.06 เซนติเมตร

$$\begin{aligned}
 \text{ข้อ 8. กำหนดให้ } S &= 10 + 1.4B \\
 \text{จะได้ } S_i &= 10 + 1.4B_i \quad \text{เมื่อ } i \text{ คือ } 1, 2, \dots, 10 \\
 \text{ดังนั้น } S &= 10 + 1.4\bar{B} \\
 \bar{B} &= \frac{80 + 85 + 70 + 80 + 75 + 78 + 82 + 86 + 79 + 69}{10} \\
 &= \frac{784}{10} = 78.4 \\
 \text{จะได้ } S &= 10 + 1.4(78.4) \\
 &= 119.76
 \end{aligned}$$

นั่นคือ ราคาขายเฉลี่ยของสินค้าชนิดนี้ เท่ากับ 119.76 บาท

$$\begin{aligned}
 \text{ข้อ 9. ราคาเฉลี่ยของไข่ไก่ } \mu &= \frac{50(2.30) + 30(2.00) + 20(1.70)}{50 + 30 + 20} \\
 &= \frac{209}{100} \\
 &= 2.09
 \end{aligned}$$

นั่นคือ เฉลี่ยแล้วธนาคารซื้อไข่ไก่มาฟองละ 2.09 บาท

ข้อ 10. (1) จะแสดงว่า $\sum_{i=1}^N x_i = N\mu$

เพราะว่า $\sum_{i=1}^N x_i = x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_N$

$$= \frac{N}{N} x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_N$$

$$= N \left(\frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} \right) = N\mu$$

(2) จะแสดงว่า $\sum_{i=1}^N (x_i - \mu) = 0$

เพราะว่า $\sum_{i=1}^N (x_i - \mu) = (x_1 - \mu) + (x_2 - \mu) + (x_3 - \mu) + \dots + (x_N - \mu)$

$$= (x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_N) - (\underbrace{\mu + \mu + \mu + \dots + \mu}_{\text{มี } \mu \text{ อยู่ } N \text{ ตัว}})$$

$$= N\mu - N\mu = 0$$

(3) จะแสดงว่า $x_{\min} < \mu < x_{\max}$

เนื่องจาก $\underbrace{x_{\min} + x_{\min} + \dots + x_{\min}}_{\text{มี } x_{\min} \text{ อยู่ } N \text{ ตัว}} < x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_N$

$$< \underbrace{x_{\max} + x_{\max} + \dots + x_{\max}}_{\text{มี } x_{\max} \text{ อยู่ } N \text{ ตัว}}$$

จะได้ $Nx_{\min} < \sum_{i=1}^N x_i < Nx_{\max}$

$$\frac{Nx_{\min}}{N} < \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} < \frac{Nx_{\max}}{N}$$

(4) จะแสดงว่า $\bar{Y} = a\bar{X} + b$

เนื่องจาก $Y_i = ax_i + b$

ดังนั้น $\sum_{i=1}^n Y_i = \sum_{i=1}^n (ax_i + b)$

จะได้ $\frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} + \frac{nb}{n}$

ดังนั้น $\bar{Y} = a\bar{X} + b$